

1. ЭМШовые преподаватели приехали отдыхать на речку и, отчалив от пристани Летняя, катались на ватрушке в разные стороны. Найдите наибольшую возможную скорость течения реки, если ребята провели на воде $2\frac{2}{3}$ часа, ватрушка прошла путь в 40 км относительно берега, причалила к пристани Осенняя на расстоянии 10 км от места начала путешествия, и проведенное в пути время по течению и против него оказалось не меньше 1 часа.

A) 17 км/ч B) 8 км/ч C) 12 км/ч D) 5 км/ч E) нет правильного ответа

2. Школьников ЭМШ попросили заполнить опрос о том, какой курс по экономике нравится им больше остальных. Из результатов опроса стало ясно, что три курса без Базэка являются любимыми у 55% слушателей; без Династии три другие — 60%; без Экономани — 66%; без ЭМШАМБА — 73%. Какова доля школьников, которым больше всего нравится ходить на курс Экономания в ЭМШ?

A) $29\frac{2}{3}\%$ B) $24\frac{2}{3}\%$ C) $18\frac{2}{3}\%$ D) $11\frac{2}{3}\%$ E) нет правильного ответа

3. Укажите значение выражения при $x = 0,999$ и $a = 0,001$:

$$\left(\frac{\sqrt{x-a}}{\sqrt{x+a} + \sqrt{x-a}} + \frac{x-a}{\sqrt{x^2-a^2} - x+a} \right) : \sqrt{\frac{x^2}{a^2} - 1}.$$

A) -1 B) 2 C) 0.1 D) 1 E) нет правильного ответа

4. В прямоугольной системе координат даны три точки: $E(12; 0; 0)$, $M(0; 12; 0)$ и $S(0; 0; 12)$. Какими будут координаты точки H , лежащей на пересечении медиан треугольника EMS ?

A) (3; 2; 0) B) (8; 8; 8) C) (1; 5; 5) D) (3; 5; 4) E) нет правильного ответа

5. Найдите сумму всех целых значений, которые принимает функция $f(x) = \frac{x}{\sqrt{5}} - \frac{x^2}{20} + 6$ на отрезке $[2; 12]$:

A) 11 B) 20 C) 12 D) 21 E) нет правильного ответа

6. Какая из следующих прямых перпендикулярна прямой, проходящей через точки $(1; 4)$ и $(-8; -23)$?

A) $3y - x - 8 = 0$ B) $3y = x + 7$ C) $y - 3x + 4 = 0$ D) $3y = -x - 15$ E) $3x - y = 0$

7. Малыш Шпунтик из Солнечного Города заметил, что если записать в тетрадку бесконечно убывающую геометрическую прогрессию, то ее второй член будет вчетверо меньше суммы этой прогрессии. Помогите Шпунтику определить, во сколько раз второй член этой прогрессии будет меньше первого?

A) в 2 раза B) в 3 раза C) в 4 раза D) в 5 раз E) нет правильного ответа

8. В треугольнике ABC $\cos \angle B = -\frac{5}{13}$. Стороны AB и BC равны 13 и 4 соответственно. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC .

A) $\frac{7}{4}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{9}{4}$ E) нет правильного ответа

9. Найдите сумму всех неотрицательных четных двузначных чисел, делящихся на 3 нацело.

A) 825 B) 810 C) 803 D) 815 E) 804

10. Найдите площадь фигуры, ограниченной системой неравенств:

$$\begin{cases} |x+5| + |-x+1| - (-x) \leq y \\ (x+5)^2 + (y-2)^2 \leq 1. \end{cases}$$

A) $\frac{\pi+2}{4}$ B) $\frac{\pi+2}{2}$ C) π D) $\frac{\pi+1}{2}$ E) нет правильного ответа

11. Вычислите значение выражения $\cos \left(\arcsin \left(\frac{4}{5} \right) \right)$:

A) $\frac{4}{5}$ B) $-\frac{3}{5}$ C) $-\frac{4}{5}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{2}{5}$

12. На Летней Школе лекцию читают 40 исследователей, среди них 9 студентов Экономического факультета и 10 выпускников. Порядок научных выступлений определяется жеребьевкой. Найдите вероятность того, что 6-ую лекцию на Летней Школе не прочитает студент Экономического факультета.

A) 0.775 B) 0.4 C) 0.75 D) 0.225 E) нет правильного ответа

13. Упростите выражение $y = \sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}}$, при $1 < x < 2$:

A) 2 B) 1 C) $\sqrt{x-1}$ D) $2\sqrt{x-1}$ E) нет правильного ответа

14. Дан прямоугольный треугольник с катетами $AB = 3$, $BC = 4$. На сторонах AB и BC выбраны точки K и M , при этом $\frac{BK}{KA} = \frac{1}{2}$, $\frac{BM}{MC} = \frac{1}{3}$. Найдите отношение $\frac{AL}{LC}$, если известно, что L - точка на гипотенузе треугольника, а AM , BL и CK пересекаются в одной точке.

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{2}{3}$

15. Решите систему и выберите в ответах значение выражения $3x - 2y$:

$$\begin{cases} x^2 - y\sqrt{xy} = 36, \\ y^2 - x\sqrt{xy} = 72. \end{cases}$$

A) -12 B) 5 C) 10 D) 2,5 E) нет правильного ответа

16. Сравните числа $\sqrt[3]{4}$ и $3 - \sqrt{2}$:

A) > B) < C) = D) сравнение невозможно

17. Решите уравнение и укажите сумму его корней:

$$\sqrt[3]{\frac{2+x}{x}} - \sqrt[3]{\frac{2-6x}{x}} = 1.$$

A) $-\frac{2}{7}$ B) $-\frac{3}{7}$ C) $-\frac{4}{7}$ D) $-\frac{5}{7}$ E) нет правильного ответа

18. Решить квадратное уравнение $x^2 + 2023x + 2022 = 0$. В ответе укажите сумму корней уравнения.

A) 1 B) 2023 C) -1 D) -2023 E) нет правильного ответа

19. Решить систему уравнений. Выберите значение выражения $\sum(x_i + y_i)$, $1 \leq i \leq n$, где n - количество решений системы:

$$\begin{cases} |2x + 3y| = 5, \\ |2x - 3y| = 1. \end{cases}$$

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) нет правильного ответа

20. Пусть банк пользуется схемой сложных процентов и ежегодно начисляет 20 процентов от суммы вклада. Через сколько лет размер внесенного изначально вклада удвоится?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) нет правильного ответа

21. Решите неравенство:

$$\frac{x^5 - 146x^4 - 5x^3 + 730x^2 + 4x - 584}{x^3 - x^2 - 4x + 4} \leq 0$$

Выберите промежуток, содержащийся в решении неравенства:

A) $[-1; 1)$ B) $(1; 146]$ C) $(-1; 2)$ D) $[-1; 146]$ E) $[2; 146]$

22. Совет ЭМШ ведет переписку так, что каждое письмо получают все, кроме отправителя. Каждый участник Совета написал одно и то же количество писем, в результате чего всеми вместе было получено 440 писем. Сколько человек состоит в Совете ЭМШ?

A) 3 B) 4 C) 7 D) 9 E) 11

23. Упростите выражение:

$$\operatorname{tg}^2(a) \cdot \cos^2(a) + \cos^2(a) - 1$$

A) 2 B) 0 C) 1 D) 4 E) нет правильного ответа

24. Два аквалангиста, ныряя вместе, очищают озеро за 10 часов. Половину озера первый из них может очистить за время, на 7,5 часов меньшее, чем второй. Первый аквалангист начал работать в 6 часов, второй - в 8 часов. В 12 часов было очищено 400 квадратных метров дна. Какова площадь дна озера?

A) 550 B) 750 C) 820 D) 900 E) 1040

25. Решите неравенство:

$$x^2(-x^2 - 64) \leq 64(-x^2 - 64)$$

A) $x \in (-8; 8)$ B) $x \in [-8; 8]$ C) $x \in (-\infty; -8) \cup (8; +\infty)$
D) $x \in (-\infty; -8] \cup [8; +\infty)$ E) нет правильного ответа

26. Из 100 ребят, пишущих статью для Конкурса научных работ (КНР), тема работы связана с экономикой у 30 учеников, с математикой — у 28, с географией — у 42 школьников. Работы, касающиеся одновременно экономики и математики, пишут 8 ребят, математики и географии — 10, экономики и географии — 5, а работы, которые относятся сразу ко всем трем темам, пишут трое. Сколько ребят писали работу на КНР на не связанную с экономикой, математикой и географией темой?

A) 20 B) 15 C) 18 D) 30 E) 25

27. Решите уравнение и укажите количество его корней:

$$\left| \frac{x}{x-1} \right| + |x| = \frac{x^2}{|x-1|}.$$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) более 4

28. Выберите верные утверждения:

- 1) Тангенс любого острого угла меньше единицы.
- 2) Площадь трапеции равна произведению основания трапеции на высоту.
- 3) Центром вписанной в треугольник окружности является точка пересечения его биссектрис.
- 4) Если у плоской фигуры есть несколько осей симметрии, то они пересекаются в одной точке - центре симметрии.

A) 3 B) 2, 4 C) 1, 2, 4 D) 1, 2, 3 E) 1

29. Сколько существует трёхзначных чисел, которые уменьшаются в 5 раз после вычёркивания первой цифры?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) нет правильного ответа

30. В треугольнике ABC известны длины всех сторон: $AB = 15$, $BC = 15$, $AC = 18$. Найти радиус описанной около треугольника $\triangle ABC$ окружности.

A) $\frac{75}{2}$ B) $\frac{75}{4}$ C) $\frac{75}{8}$ D) $\frac{75}{16}$ E) нет правильного ответа